

## Web ベースの仮説検証型数学学習システムの開発と実践・評価

川添充・岡田真・岡本真彦・瀬田和久・高橋哲也・山崎武(大阪府立大学)・木村英司(千葉大学)

・**本研究の動機と目的**：大学入学時の基礎的数学学力が低下しているにもかかわらず、大学の数学教員は従来通りのカリキュラムや教材で教え、学生は自発的な学習を行わないために到達レベルが低いというのが、大学初年度の数学教育の現状である。学生を能動的な学習に向かわせる手段としてe-learning の活用が有効であると思われるが、コンピュータを活用した教材作成も、単元毎の計算練習用ツールの試作が散見される程度である。そこで、本研究では大学初年度で学ぶ線形代数を効果的に学習できるような仮説検証型Webベース数学学習モジュールを開発し、その教育効果を実験的・実証的に検証することを目的とした。

・**学習コンテンツとシステム構成**：線形代数では一般次元のベクトル空間が扱われるが、その理解のためには2,3次元をしっかりと理解することが大事であるため、各学習コンテンツは、2,3次元の場合に特化し、数学的概念を可視化したオブジェクトを見せることで学習者が直観的に理解できるものを目指した。今回の学習支援システムの構築にはwebMathematica を用いており、基本的なシステム構成はwebMathematica, Mathematica, Tomcatを1台のサーバで稼働し、別のwebサーバからの要求を処理する形になっている。学習者は学習画面にしたがい、仮説を立て数値を入力しながらその仮説を検証していく。

・**システムの特徴**：今回開発したシステムは、web を用いた大学の数学教育における仮説検証型教育システムであるが実際に使用するにあたって、2つの大きな特徴がある。(1)頑強性：負荷のかかるMathematicaでの3D graphic の描画を40 台のクライアントで同時に行う環境で90 分の単位で何度も使用したが一度もシステムが停止したことがなく、反応速度の大幅な低下も見られなかった。このことから、既に実用に耐え得るシステムになっていると判断できる。(2)ログの保存方法：開発当初は、誰が、どの操作を行ったかという個人レベルでのログの分析が難しかったがシステムに改良を加えることにより、ユーザ名、パスワードでの認証を行って、ユーザごとにすべての入力を把握できるようになった。このことにより、実験データの分析が容易になり様々な実験が可能となっている。

・**作成したコンテンツ**：像の線形性、ベクトル空間の次元、基本変形と基本行列、行列式の幾何学的意味、シュミットの直交化法などの学習を支援するコンテンツを作成した。また、授業での計算練習のためにWeb 上で答え合わせだけができる「Web 計算ドリル」も作成した。

・**今年度の授業実践例**：シュミットの直交化法の学習カリキュラムを対象として行うこととし、シュミットの直交化法の学習についてカリキュラムの作成を行った。従来の形式的に手続きを追いかけるタイプの議論によって学習するカリキュラムではなく、内積と直交性、および、正射影と内積との関係をしっかりと学習したのちにシュミットの直交化法を学ぶという、幾何学的な直感的理解を重視した学習カリキュラムのモデルを作成した。次に、このカリキュラムの流れに沿って系列化された学習教材を開発した。具体的には2次元におけるベクトルの直線への正射影の計算、2次元の正射影と内積の関心に気づかせ公式を導かせる仮説検証型教材、3次元におけるベクトルの平面への正射影の計算、3次元の正射影と内積の関心に気づかせ公式を導かせる仮説検証型教材である。本年度前期の授業でこのコンテンツを用いて、仮説検証型数学教育システムを用いた内積と正射影との関係についての学習が、シュミットの直交化法の理解にどのように影響するのかについて調べることを目的とした授業実践を行った。具体的には、まず、この単元の最初の授業で内積の定義など必要な用語・定義と、直線への正射影の公式と幾

何学的意味について学習した。次に、webMathematicaを利用したシステムを用いた学習として、直線への正射影を復習し、次の仮説検証型学習教材で正射影を与える公式の発見へと導く。さらにその後、3次元の教材へと進み、2つの直交するベクトルで張られる平面への空間ベクトルの正射影について、2次元と同様に、まず計算練習問題を行い、つぎに3次元アニメーションを利用した仮説検証型教材で空間における正射影の公式を発見させ（右図）、さらにその背後にある理論を考えさせた。仮説検証型学習システムによる学習後、授業でシュミットの直交化法を従来の手法で講義し、ポストテストを課してシュミットの直交化法の理解度を測定した。

今回の実践的評価においては、仮説検証型教育システムを利用しない統制群を設けておらず、システムの有効性を直接に検討することはできないが、ポストテストの成績をみると、同じようにシステムを利用しても成績が高く理解が促進されたと思われる被験者と、成績が低くシステム利用の効果がみられない被験者が存在することが確認できた。

・**学習プロセスの評価**：この授業実践の第2の目的は、学習プロセスを分析するためのログデータの分析手法について検討することであった。ログには、システムにログイン後に、被験者がどのページを何秒間学習したかが順番に記録されている。加えて、仮説検証ステージにおいて、どのようなパラメータを使って仮説を検証したのかも記録された。各ページのアクセス回数、アクセス時間について、それぞれにポストテストの成績高群と低群の間に差が見られるかどうかについて t 検定を行った。その結果、仮説検証ステージへのアクセス時間に違いが見られ、成績高群の方が低群よりもアクセス時間が長いことが明らかになった。この結果は、成績高群の被験者は長い時間をかけて自分の仮説を検証していることを示しており、それが高い理解を導いている可能性考えられる。

・**今後の課題**：本研究で開発した仮説検証型教育システムを利用した被験者の中にも理解度が高まらない学習者が少なからず存在した。このことは、単に仮説検証型コンテンツを用意するだけでは学習効果はあまり高くなく、より効果的な仮説検証を導くようなフィードバック情報を学習者に提供するようなシステム作りが必要であると考えられる。今後は、この点についての問題を検討していく必要がある。

参考資料

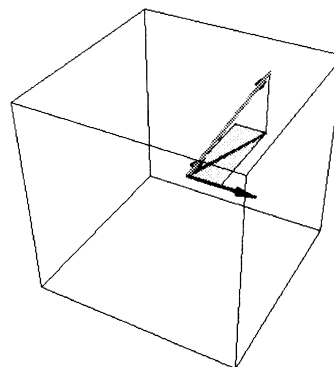
[1] webMathematica を利用した数学モジュール集(<http://alg.cias.osakafu-u.ac.jp/webMathematica.html>)  
 [2] 川添充, 木村英司, 岡田真, 岡本真彦, 瀬田和久, 高橋哲也「大学生の数学学習を支援するための仮説検証型数学教育システム」教育システム情報学会研究報告(JSiSE Research Report) vol.18 , No.4, pp.27-32 (2003)  
 [3] 岸田隆, 川添充, 木村英司, 岡田真, 岡本真彦, 瀬田和久, 高橋哲也 「線形代数学習における仮説検証型教育システムの効果」教育システム情報学会関西支部主催若手研究者フォーラム, vol. 03-dec No. egg03

高橋哲也さん、ただいま学習中...

教材一覧に戻る

演習課題：平面への正射影

互いに直交する空間ベクトルa, bに対して、空間ベクトルcをa, bによって張られる平面(a, b)に正射影して得られるベクトルをuとする。このとき、uは適当な実数λ, μを用いてu=λa+μbと表される。次に与えるa, b, cに対してuをu=λa+μbの形で表せ。



(aは青、bは緑、cは橙、uは赤色で表示されます。)

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

解答欄： u =  a +  b